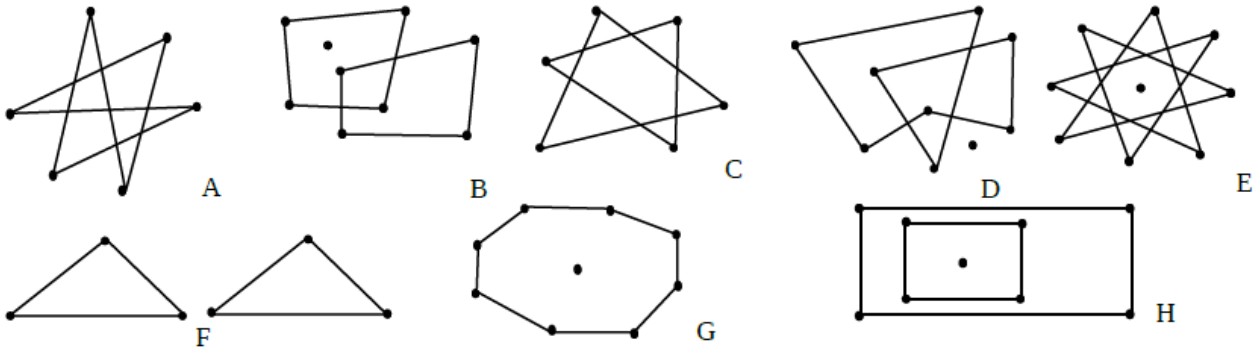


Воспоминания о графах

Упражнение. Какие из нарисованных ниже графов одинаковы?



1. В стране Графия всего 5 городов. Для удобства, будем называть их буквами от А до Д. Известно, что от А есть дороги до Б и Г, от Б есть дорога до В, от Д есть дороги до В и Г, от Г есть дорога до В. Нарисуйте граф, описывающий эту страну.

2. Придумайте аналогичное предыдущей задаче словесное описание графа, нарисованного в пункте С упражнения.

3. На шахматной доске 3x3 стоят два черных и два белых коня (см.рис.) Как поменять черных и белых коней местами за наименьшее число ходов? (*) Докажите, что число ходов не может быть меньше.



4. В некоторой стране 15 городов, причем из каждого города выходит не менее 7 авиалиний. Докажите, что в этой стране можно добраться от любого города до любого, причём не более, чем с одной пересадкой.

5. Незнайка вернулся из путешествия и рассказал про страну, которую посетил. По его словам, в ней 5 областей и каждая граничит с тремя другими. Докажите, что Незнайка ошибся.

6. Докажите, что среди шести человек можно выбрать либо 3-х попарно знакомых, либо 3-х попарно незнакомых. (Попарно — значит каждый с каждым.)

7. Программисты одного НИИ решили соединить имеющиеся у них 777 компьютеров проводами так, чтобы каждый из них был соединен ровно с семью другими. Удастся ли программистам осуществить свой замысел?

8. В стране Воображляндия есть 100 городов, некоторые из них соединены дорогами. Известно, что из столицы выходят 95 дорог, из Мусорска – всего 1 дорога. А из всех остальных – ровно по 10 дорог. Докажите, что из столицы можно доехать по этим дорогам до Мусорска.

9. В клубе собрались 20 человек. Как всегда, любые двое – либо знакомы, либо незнакомы. Докажите, что среди людей обязательно можно найти двоих, у которых количество знакомых совпадает.

10. * В марсианском метро 100 станций. Можно проехать от любой станции до любой другой. В целях экономии средств мэр хочет закрыть проезд через одну станцию так, чтобы между всеми остальными станциями проезд был возможен. Докажите, что такая станция найдется.